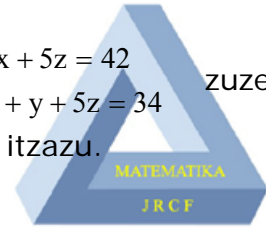


1. Bila ezazu P(1,1,1) puntutik igarotzen den eta $r: \begin{cases} x+y-z=2 \\ 2x-y+z=1 \end{cases}$ zuzenari elkarzuta den planoaren ekuazioa.
Sol: $y+z-2=0$
2. Bila ezazu P(1,1,1) puntutik igarotzen den eta $r: \begin{cases} x-y+z=0 \\ x+y+2z=1 \end{cases}$ zuzenari elkarzuta den planoaren ekuazioa.
Sol: $-3x-y+2z+2=0$
3. Izan bedi $s: \begin{cases} 2x+y-2z=1 \\ x-y+z=3 \end{cases}$ sistema. P(-4,1,0) puntua barne duen beste ekuazio bat gehitu s sistemari eta, gainera, hiru ekuazioekin osatutako sistemak s sistemaren soluzio bera du.
Sol: $-x-2y+3z-2=0$
4. Bilatu $s: \begin{cases} x+2y-z=0 \\ x-y=8 \end{cases}$ eta $r: \begin{cases} x-z=8 \\ 2x-2z=12 \end{cases}$ sistemen soluzio komunak.
Sol: P(5,-3,-1)
5. P=(1,2,1), Q=(1,2,3) eta, $r: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+2t \\ z=1-2t \end{cases}$ zuzena eta $\pi: x+y+z=0$ planoaren ebaki-puntua barne dituen planoaren ekuazioa bila ezazu.
Sol: $x-y+1=0$
6. Izan bitez A=(1,-1,2), B=(-2,2,3), C=(-3,3,3), D=(-3,3,0) eta E=(-3,4,3) espazioko bost puntu. Plano berean daude? Arrazoitu erantzuna.
Sol: Bai, plano berean daude...
7. a) Parametroaren zein balioentzat $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ eta $x=y=az$ zuzenak ebakitzen dira puntu batean. b) Lortutako balioentzat, kalkulatu ebaki-puntua.
Sol: $a=1; P=(-1,-1,-1)$
8. A=(1,-2,3) puntutik igarotzen den eta $x-2y=1$ eta $x+2z=2$ planoei paraleloa den zuzenaren ekuazioa bila ezazu.
Sol: $x=1-4t, y=-2-2t, z=3+2t$
9. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+m}{3} = \frac{z}{-2}$ eta $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+m}{-2}$ zuzenak puntu batean ebakitzen dira. Kalkulatu m-ren balioa eta ebaki-puntua.
Sol: $m=0; P=(3,3,-2)$
10. $r: x+1=y-1=z/2$ zuzenari elkarzuta eta jatorritik pasatuz r-ri elkarzuta denari ere perpendikularra den zuzenaren ekuazioa bila ezazu.
Sol: $x=-1-t, y=1+t, z=t$
11. $r: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-3t \\ z=1+t \end{cases}$ eta $s: \begin{cases} x=1+3\lambda \\ y=3-2\lambda \\ z=-1-\lambda \end{cases}$ zuzenen ekuazioak emanik, a) Kalkulatu bi zuzenei perpendikularra den bektorea. b) r eta s zuzenetan sostengatzen den eta bieie perpendikularra den zuzenaren ekuazioa bilatu.
Soluzioa: (1,1,1); $\{x=-13/15+t, y=72/15+t, z=1/15+t\}$

12. Kalkulatu a parametroaren balioa $x/a=y=z$ zuzena $x=-y=-z$ zuzenari perpendikularra den π planoan egon daitezen. Kalkulatu π planoaren ekuazioa.
Sol: $a=2$; $x-y-z=0$
13. $x+y+z=1$ eta $2x+3y=0$ planoak elkar ebakitzen diren zuzenari perpendikularra den eta $P=(1,1,2)$ puntutik igarotzen den π planoaren ekuazioa bilatu.
Sol: $-3x+2y+z-1=0$
14. Jatorritik igarotzen den eta $r: \begin{cases} 2x+y=35 \\ x-y-z=-2 \end{cases}$ eta $s: \begin{cases} 10x+5z=42 \\ 7x+y+5z=34 \end{cases}$ zuzenetan sostengatzen den zuzenaren ekuazio kartesiarrek bila itzazu.
Sol: $\{x=15t, y=5t, z=12t\}$
15. Izan bitez $\pi: y+2=0$ plano eta $r: \begin{cases} y-z=3 \\ x+y-z=3 \end{cases}$ zuzena. a) Kalkulatu zuzena eta planoaren P ebaki-puntua. b) Bila ezazu r zuzenaren simetrikoa π planoarekiko.
Sol: $P=(0,-2,-5)$; $\{x=0, y=-7-5t, z=5t\}$
16. a) Bila ezazu a parametroaren balioa $3x+2y-z=4$ plano eta $r: \begin{cases} x+2y+az=1 \\ x+y-2z=3 \end{cases}$ zuzenari paraleloa izan dadin. b) Lortutako a -ren balioarentzat, kalkulatu r barne duen eta emandako planoari paraleloa den planoaren ekuazioa.
Sol: $a=-7$; $3x+2y-z=11$
17. Izan bitez $(1,1,1)$ eta $(1,-1,0)$ puntuetatik igarotzen den zuzena eta $s: x-1=2(y+2)=z$ zuzena. s zuzena barne duten planoen artetik kalkulatu, baldin badaude, r -ri paraleloak direnak. Eta r -ri perpendikularrak direnak.
Sol: $\{x=1+2t, y=-2+t-2h, z=2t-h\}$; Ez dago perpendikularrik
18. $r: \begin{cases} x+z=1 \\ y=1 \end{cases}$ eta $s: \begin{cases} x=2 \\ y+z-1=0 \end{cases}$ zuzenak emanik, kalkula ezazu OXY planoari paraleloa den eta OZ ardatza eta, r eta s zuzenak, ebakitzen dituen zuzena bila ezazu.
Sol: $\{x=\sqrt{2}+(2-\sqrt{2})t, y=1+(\sqrt{2}-1)t, z=1-\sqrt{2}\}$
19. Bilatu $r: \begin{cases} x-y+z=-1 \\ -2x+2y-z=3 \end{cases}$ eta $s: \begin{cases} 2x-y+z=3 \\ x+y-z=0 \end{cases}$ zuzenak perpendikularki ebakitzen dituen zuzenaren ekuazioa.
Sol: $\{x=t, y=2-t, z=1+t\}$
20. $P=(0,0,1)$ puntutik igarotzen den eta $r: \frac{x}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{2}$ eta $s: \begin{cases} 2x-y+z=-2 \\ -x+y+3z=1 \end{cases}$ zuzenei paraleloa den planoaren ekuazioa.
Sol: $15x-7y+11z-11=0$
21. $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}$ zuzena barne duen eta $s: \begin{cases} x=2+3t \\ y=1+2t \\ z=t \end{cases}$ zuzenari paraleloa den planoaren ekuazioa bila ezazu.
Sol: $x-y-z+2=0$



22. $r: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{a} = \frac{z+2}{2}$ eta $s: \begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ x + z = 0 \end{cases}$ zuzenak perpendikularrak izan daitezzen

kalkulatu a-ren balioa.

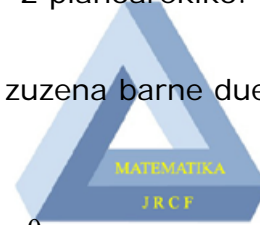
Sol: $a = -1/2$

23. Bila ezazu $P=(2,-1,4)$ puntuaren simetrikoa $2x+y+z=2$ planoarekiko.

Sol: $Q=(4/3, -8/3, 7/3)$

24. $A=(2,2,1)$ puntutik igarotzen den eta $r: \frac{x}{2} = \frac{y-4}{-1} = z$ zuzena barne duen planoaren ekuazioa bila ezazu.

Sol: $x-2z=0$



25. $r: \begin{cases} x - 2y + 2z = 0 \\ x - y + 2z + 2 = 0 \end{cases}$ zuzena barne duen eta $s: \begin{cases} 2x + y = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$ zuzenari paraleloa

den planoaren ekuazioa bila ezazu.

Sol: $2x+5y+4z+18=0$

26. Izan bedi $r: \begin{cases} 2x - y = 1 \\ x - y + 2z = -1 \end{cases}$ zuzena. a) $5x+my-2z+1=0$ ekuazioa duten planoen artean r zuzenari paraleloa den π plano bakarra dagoela. Azter ezazu ea lortutako planoak r zuzena barne duen edo ez; ezezkoan, r barne duen eta π planoari paraleloa den π_1 plano bila ezazu. b) Bila ezazu π_1 planoan dagoen eta r zuzenari perpendikularra den zuzenaren ekuazioa. Zenbat daude?

Sol: $m=-2$ denean $5x-2y-2z+1=0$; Ez du barnean $\rightarrow 5x-2y-2z=4$; $\{x=2t, y=-3t, z=-2+8t\}$

27. Bila ezazu $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = z$ zuzena barne duen eta $(2,0,0)$ eta $(0,1,0)$ puntuetatik igarotzen den zuzenari paraleloa den planoaren ekuazioa.

Sol: $x+2y-8z-3=0$

28. Kalkula ezazu $r: \begin{cases} 2x + y - z = 4 \\ x - y + 2z = 0 \end{cases}$ zuzenari paraleloa den eta $P=(2,3,-5)$ puntutik

igarotzen den zuzenaren ekuazioa.

Sol: $\{x=2+t, y=3-5t, z=-5-3t\}$