

1.  $u(2,-2,3)$  eta  $v(3,-3,2)$  bektoreei ortogonalaren diren eta norma 1 duten  $w(x,y,z)$  bektoreak bila itzazu.

$$\text{Sol: } w_1 = \left( \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right) \quad \text{eta} \quad w_2 = \left( -\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}, 0 \right)$$

2.  $v_1=(1,3,0)$  eta  $v_2=(2,1,1)$  bektoreei elkarzuta den eta modulua 1 duen  $v_3$  bektorea bila ezazu.

$$\text{Sol: } \frac{1}{\sqrt{35}}(3,-1,-5)$$

3.  $(1,0,0)$  eta  $(1,1,0)$  bektoreak emanik, a) Egiazta ezazu linealki independenteak direla. b) Aurreko bi bektoreen konbinaketa lineala den eta  $(1,0,0)$  bektorearekin elkarzuta den  $(x,y,z) \neq (0,0,0)$  bektore bat bila ezazu.

$$\text{Sol: } \dots; (0,b,0) \quad b \neq 0$$

4. Izan bitez  $\mathbb{R}^4$ -ko bektoreak  $u=(1,0,-1,2)$ ,  $v=(t,-1,0,1)$  eta  $w=(0,t,-1,1)$  a)  $t$ -ren zein balioentzat dira dependenteak? b) Kasu horretan zahaztu  $x$  eta  $y$  non  $w=xu + yv$

$$\text{Sol: } t=1; x=1, y=-1$$

5. a)  $(1,1,1)$ ,  $(2,1,-1)$  eta  $(1,0,5)$  bektoreek oinarri bat osatzen dute? b) Baldin eta  $u,v,w \in \mathbb{R}^3$  linealki independenteak badira,  $u+v$ ,  $u+w$  eta  $v+w$  bektoreek  $\mathbb{R}^3$ -ko oinarri bat osatzen dute?

$$\text{Sol: } \text{Bai; Bai}$$

6. Izan bitez  $u=(1,1,m)$ ,  $v=(0,m,-1)$  eta  $w=(1,2m,0)$  bektoreak. a) Bilatu  $m$ -ren balioa  $u$ ,  $v$  eta  $w$  linealki menpekoak izan daitezen. b)  $m$ -ren balio horrentzat, adieraz ezazu  $w$  bektorea  $u$  eta  $v$  bektoreen menpe.

$$\text{Sol: } m=1; w=1 \cdot u + 1 \cdot v$$

7. Izan bitez  $u=(x,2,0)$ ,  $v=(x,-2,1)$  eta  $w=(2,-x,-4x)$  bektoreak. a) Bilatu  $x$ -ren balioak bektoreak linealki independenteak izan daitezen. b) Bilatu  $x$ -ren balioak bektoreak binaka ortogonalak izan daitezen.

$$\text{Sol: } \forall x \in \mathbb{R}; u, v \quad x=2 \quad x=-2; u, w \quad \forall x \in \mathbb{R}; v, w \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

8. Izan bitez  $v_1=(0,1,0)$ ,  $v_2=(2,1,-1)$  eta  $v_3=(2,3,-1)$  bektoreak. a) Hiru bektoreak linealki menpekoak dira? b)  $(4,a+3,-2)$  bektorea  $a$ -ren zein balioentzat adieraz daiteke  $v_1, v_2$  eta  $v_3$  bektoreen konbinaketa lineal bezala? c)  $v_1$  eta  $v_2$  bektoreei elkarzuta eta unitarioa den bektorea bila ezazu.

$$\text{Sol: } \text{Bai}; \forall a \in \mathbb{R}; \frac{1}{\sqrt{5}}(1,0,2)$$

9. Izan bitez  $u=(1,1,1)$ ,  $v=(2,2,a)$  eta  $w=(2,0,0)$  bektoreak. a) Bilatu  $a$ -ren balioak hiru bektoreak linealki independenteak izan daitezen. b) Bilatu  $a$ -ren balioak  $u+v$  eta  $u \cdot w$  ortogonalak izan daitezen.

$$\text{Sol: } a \neq 2; a = -1$$

10. Bilatu ondoko bektore bikoteek osatutako angeluen kosinua: a)  $(1,1,-1)$  eta  $(0,2,1)$  b)  $(1,1,2)$  eta  $(1,-2,0)$  c)  $(1,1,0)$  eta  $(1,-1,0)$  d)  $(1,1,-1)$  eta  $(3,2,1)$

$$\text{Sol:}$$

11. Albo-aldeak ondoko bektore bikoteak dituzten paralelogramoen azalera kalkulatu ezazu: a)  $(0,1,0)$  eta  $(0,1,1)$  b)  $(1,1,1)$  eta  $(0,1,1)$  c)  $(3,2,-1)$  eta  $(1,2,3)$  d)  $(2,-10)$  eta  $(-1,2,0)$

$$\text{Sol:}$$

12. Izan bedi  $(2,1,-2)$  bektorea, a) bilatu norabide berdina duen eta unitarioa den  $(u)$  bektorea. b) Kalkulatu modulua 5,  $u$ -ren norabide berdina eta alde-rantzizko norantza duen bektorea.

Sol:  $1/3 (-10,-5,10)$

13. Kalkula itzazu  $(\sqrt{3},0,1)$  bektoreak oinarri ortonormaleko ordezkatzeko bektoreekin osatzen duen angelua.

Sol:  $\alpha=30^\circ, \beta=90^\circ, \gamma=60^\circ$

14. Izan bedi  $(x,1,z)$  bektorea  $(1,-1,0)$  eta  $(0,1,2)$  bektoreei ortogonal den bektorea. Kalkulatu  $x$  eta  $z$

Sol:  $x=1$  eta  $z= -1/2$

15. Izan bitez  $|u|=3$  eta  $u \cdot v=10$ . Kalkulatu  $u \cdot w$ ,  $w=3u-2v$  bada.

Sol: 7

16. Bilatu  $v=(1,0,1)$  bektoreari helkarzutak diren eta  $w=\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}\right)$  bektorearekin

$60^\circ$  angelua osatzen duten  $R^3$ -ko bektore unitario guztiak.

Sol:  $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}\right)$  eta  $\left(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{-1}{2}\right)$

